

Kurzüberblick

Thema:	Fraktale
Format:	Workshop an einem Projekttag oder einzelne Unterrichtseinheiten
Fächer:	Biologie, Mathematik, Kunst
Dauer:	gesamt ca. 3-4 Stunden Einzeleinheiten: Biologie (ca. Doppelstunde), Mathematik (ca. 60 Minuten bis Doppelstunde, je nach Niveau und Klassenstufe), Kunst (ca. 45 Minuten)
Klassenstufe:	Mittelstufe (Klasse 7-10)

Ziel des Entwurfs ist es, den SuS ein Verständnis von Fraktalen, ihren Besonderheiten und Funktionen in verschiedenen (Alltags-)Bereichen zu vermitteln.

Die Einheiten sind als Ganzes für einen Projekttag konzipiert worden, können aber auch in einem anderen Rahmen und einzeln durchgeführt werden. Gegebenenfalls müssen dabei weitere Erklärungen durch die Lehrkraft erfolgen.

Anmerkung zum Material: Die Materialien beinhalten teilweise den gleichen Inhalt für verschiedene Präsentationsformen (z. B. Beamer, Arbeitsblatt, Ausdruck).

Fachliche Kurzeinführung: Fraktale

Der Begriff Fraktal beschreibt Strukturen, die im Allgemeinen (jedoch nicht immer!) zwei besondere Eigenschaften besitzen: Sie sind selbstähnlich, d. h. kleine Teile des Objekts sind Kopien des Ganzen, und besitzen eine nicht-ganzzahlige (Hausdorff-)Dimension. Diese Strukturen treten in verschiedenen Bereichen auf, unter anderem in der Biologie, der Mathematik und der Kunst. Während die Selbstähnlichkeit in der Biologie auf einige Stufen begrenzt ist, kann diese in der Mathematik bis in die Unendlichkeit fortgeführt werden. Durch ihr weit verbreitetes und oft unbemerktes Vorkommen in unserer Alltagswelt sowie ihre verschiedenen Vorteile stellen Fraktale ein interessantes und relevantes Thema dar.

1 Biologie

Materialien und Medium	Zeitlicher Umfang	Phase/Teilziel	Methode/Sozialform
1.1 Diagnose			
Kurzvortrag zur Einführung, ABs bzw. Patientenakte	30-45 Minuten	Einführung in das Thema	Plenum + Partnerarbeit

Materialien und Medium	Zeitlicher Umfang	Phase/Teilziel	Methode/Sozialform
<i>Krankheitsvergleich, Informationen und Befunde</i>			
Fragegespräch	5 Minuten	Warum COPD? (Ergebnisabgleich)	Plenum
1.2 Aufbau der Lunge, Selbstähnlichkeit			
ABs	20 Minuten	Wissenserarbeitung, Einführung Selbstähnlichkeit	Einzelarbeit/ Partnerarbeit
<i>Aufbau der Lunge</i>			
<i>Fragegespräch, Kurzvortrag</i>	5 Minuten	Abgleich der Ergebnisse, Einführung des Fraktalbegriffs	Plenum
1.3 Fraktale und ihre Funktionen in der Natur			
Beamer/Ausdrucke	10 Minuten	Verständnisvertiefung zur Selbstähnlichkeit	Partnerarbeit/ Stationenarbeit
<i>Fraktale und ihre Funktionen in der Natur</i>			

1.1 Die SuS sollen zu Ärzt*innen werden. Die Symptome des vorliegenden Patienten passen auf 3 verschiedene Krankheiten. Anhand eines Abgleichs der Krankheitsinformationen und der Patientenakte sollen die SuS die begründete Diagnose COPD stellen. Dabei gibt es folgende Stolpersteine zu beachten (ggf. muss die Lehrkraft hier korrigierend/helfend eingreifen):

- Die Herzschlagkraft ist trotz COPD nicht eingeschränkt (nur *mögliches* Symptom der Krankheit)
- Der Patient zeigt allergische Reaktionen auf Staubmilben, obwohl keine entsprechende Allergie in seiner Patienteninformation angegeben ist. Das liegt daran, dass er als Bauarbeiter zu einer solchen Stauballergie tendiert, diese jedoch bisher nicht festgestellt wurde. Je nach Klassenstufe und Niveau kann auch auf diesen Stolperstein verzichtet werden, das entsprechende Material ist vorhanden.

Zum Schluss der Teileinheit sollte ein Abgleich im Plenum zur Diagnose erfolgen, um die SuS auf den selben Stand zu bringen.

1.2 Die SuS sollen nun die biologischen Hintergründe für die Symptome/Krankheit weiter ergründen. Dafür wird zunächst ein Informationstext zum Aufbau der Lunge gelesen sowie die dazugehörigen Aufgaben bearbeitet. Dabei soll insbesondere der selbstähnliche Aufbau der Lunge bzw. der Bronchien herausgearbeitet werden. Hier muss ggf. Hilfestellung gegeben werden, um die SuS an ein Verständnis für Selbstähnlichkeit (und damit Fraktale) heranzuführen.

Es folgt der Vergleich einer gesunden und einer durch COPD beeinträchtigten Lunge. Im Besonderen ist zu beobachten, dass die Selbstähnlichkeit durch Zerstörung der Lungenbläschen bei COPD nicht mehr vollständig vorhanden ist. Die SuS sollen so einen (biologischen) Zusammenhang zwischen den Vorteilen von Selbstähnlichkeit (bzw. dessen Abhandensein) und den Krankheitssymptomen herausarbeiten (siehe Lösungsvorschlag).

Auch diese Ergebnisse werden kurz im Plenum abgeglichen und für die weiteren Stunden ein erster Fraktalbegriff eingeführt: Selbstähnliche Strukturen nennt man auch fraktal bzw. Fraktale.

1.3 Abschließend sollen die SuS weitere fraktale/selbstähnliche Strukturen in der Natur entdecken. Dafür werden Bilder im Raum verteilt/am Beamer gezeigt, bei denen die SuS sich die selbstähnlichen Strukturen sowie mögliche Vorteile dessen überlegen sollen.

2 Mathematik

Materialien und Medium	Zeitlicher Umfang	Phase/Teilziel	Methode/Sozialform
2.1 Konstruktion eines Fraktals			
AB <i>Konstruktion eines Fraktals: Das Sierpinski-Dreieck (Mathematik Seite 1-2)</i>	15 Minuten	Überleitung, Einführung mathematischer Fraktale	Einzel- oder Partnerarbeit
2.2 Fraktale Dimension			
AB <i>Fraktale Dimension (Mathematik Seite 3-5)</i>	15 Minuten	Einführung fraktaler Dimension	Einzel- oder Partnerarbeit
2.3 Warum Bruchdimension?			
AB <i>Flächeninhalt und Umfang (Mathematik Seite 6)</i>	20-30 Minuten	Verständnisvertiefung fraktale Dimension	Einzel- oder Partnerarbeit
2.4 Fun-Facts zum Sierpinski-Dreieck			
AB <i>Fun-Facts (Mathematik Seite 7)</i>	5 Minuten	Rückbezug Biologie sowie Vorbezug Kunst	Einzel- oder Partnerarbeit

Das primäre Ziel der Mathematikeinheit stellt das Herausarbeiten der fraktalen Dimension dar. Die Einheit besteht aus vier Arbeitsblättern, welche jeweils nach Bearbeitung des vorherigen ausgeteilt werden bzw.

sich von den SuS genommen werden können. Die SuS sollten mit Geodreiecken sowie Taschenrechnern ausgestattet sein.

Folgendes ist bei der Mathematik-Einheit als Lehrkraft zu beachten: Für die Anschaulichkeit der SuS werden Fraktale als grundsätzlich selbstähnlich und mit Bruchdimension dargestellt. Jedoch trifft dies nicht auf alle Fraktale zu (z. B. besitzt der Sierpinski-Tetraeder eine Dimension von 2).

3 Kunst

Materialien und Medium	Zeitlicher Umfang	Phase/Teilziel	Methode/Sozialform
3.1 Fraktale Kunst			
Beamer (und ggf. Ausdrucke)	5-10 Minuten	Ein- und Überleitung	Plenum
<i>Fraktale Kunst, Zoom in die Mandelbrotmenge (z. B. https://youtu.be/b005iHf8Z3g?si=vnQnwlrSTjwla1Wa)</i>			
3.2 Fraktale Kunst in der Architektur			
ABs	15-20 Minuten	Verständnisvertiefung	Gruppenarbeit (3-4)
<i>Die Dörfer der Ba-ila, Fraktale Architektur</i>			
3.3 Bauen eines Sierpinski-Tetraeder			
AB/Beamer	15 Minuten	praktische Anwendung und Schaffen einer Erinnerung	Gruppenarbeit (3-4)
<i>Bastelanleitung Sierpinski-Tetraeder</i>			

3.1 Der Übergang von Mathematik zu Kunst kann durch das Abspielen eines Zooms in die Mandelbrotmenge erfolgen. Anschließend werden an einem Beamer Bilder von fraktaler Kunst gezeigt bzw. im Raum verteilt. Die SuS können die selbstähnlichen Strukturen kurz herausarbeiten, Gemeinsamkeiten und Unterschiede der Bilder herausstellen und so einen Überblick über verschiedene Arten von fraktaler Kunst gewinnen.

3.2 Anschließend soll in Gruppenarbeit näher in fraktale Kunst eingeführt werden. Die Gruppen können sich jeweils für die Dörfer der Ba-ila (AB + Informationstext) oder für allgemein fraktale Architektur (AB + Informationstext) entscheiden. Zunächst wird das Arbeitsblatt bearbeitet, anschließend der Informationstext ausgeteilt und die eigenen Überlegungen ergänzt.

3.3 Zuletzt kann ein Sierpinski-Tetraeder selbst gebaut werden. Dies weist zurück auf die vorhergehenden Stunden und dient als visuelle Erinnerung sowie schafft einen praktischen Arbeitsteil. Die benötigten Materialien sind auf dem Arbeitsblatt vermerkt.

Links zum Nachlesen und Recherchieren

Biologie

1.1 Patientenakte und Krankheitsvergleich

<https://www.gesundheitsinformation.de/chronisch-obstruktive-lungenerkrankung-copd.html>

<https://www.gesundheitsinformation.de/glossar/emphysem.html>

https://de.wikipedia.org/wiki/Chronisch_obstruktive_Lungenerkrankung

<https://www.gesundheitsinformation.de/asthma.html>

<https://www.gesundheitsinformation.de/akute-bronchitis.html>

<https://www.gesundheitsinformation.de/laborwerte-richtig-verstehen.html>

<https://de.wikipedia.org/wiki/Blutbild>

<https://de.wikipedia.org/wiki/Blutgasanalyse>

<https://de.wikipedia.org/wiki/Ejektionsfraktion>

<https://www.asthma.de/diagnose/allergietest>

<https://de.wikipedia.org/wiki/Spirometrie>

<https://youtu.be/CUiqUHLAgak?si=YdzJAZvjphOHjKX6>

<https://youtu.be/NzeWLSBEABg?si=R-NYcTaDf7QOCa nb>

<https://www.zagrebmed.com/de/dienstleistungen/pdiatrie/kinderallergologie-und-immunologie/bronchodilatationstest>

1.2 Aufbau der Lunge

<https://www.onko-portal.de/basis-informationen-krebs/krebsarten/definition/die-lunge-aufbau-und-funktion.html>

<https://www.transplantation-verstehen.de/organe/lunge/auf-und-funktion>

<https://www.krankenhaus.de/die-lunge/>

<https://www.gesundheitsinformation.de/chronisch-obstruktive-lungenerkrankung-copd.html>

1.3 Fraktale und ihre Funktionen in der Natur

https://de.wikipedia.org/wiki/Fraktal#Beispiele_für_Fraktale_in_der_Natur

<https://www.esc.cam.ac.uk/news/land-plants-changed-earths-composition-say-scientists>

<https://ben.design/fraktale-in-der-natur/>

<https://www.simplyscience.ch/kids/wissen/fraktale-entdecke-die-geometrische-schoenheit-der-natur>

<https://www.sueddeutsche.de/panorama/blitz-wetter-vereinte-nationen-1.5519314>

Mathematik

https://unterrichten.zum.de/images/1/10/Sierpinski_Mathetag.pdf

<https://de.mathigon.org/course/fractals/introduction>

<https://matheplanet.com/matheplanet/nuke/html/article.php?sid=1130&ref=https://www.google.com/&f=1&ref=https://www.google.com/&ff=y&rd3=1>

https://www.researchgate.net/figure/The-first-several-iterative-processes-of-a-particular-Vicsek-fractal-V4-3-The-open_fig5_49750634

<https://www.mpg.de/21808266/0410-terr-erstes-fraktales-molekuel-in-der-natur-entdeckt-153410-jjjjasdkajshdajk>

Kunst

3.1 Fraktale Kunst

<https://www.darkroastedblend.com/2007/01/pre-fractal-art.html>

<https://images.app.goo.gl/gcWksFonW2Dbjai17>

https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/a/a4/Mandel_zoom_11_satellite_double_spiral.jpg

<https://ben.design/fraktale-in-der-natur/>

<https://www.artheroes.com/en/artwork/Pollock-painting-Good-vibrations/1194921>

3.2 Die Dörfer der Ba-ila und allgemeine fraktale Architektur

https://thearchitectsdiary.com/fractal-in-architecture-harmony-in-nature/#google_vignette

<https://eu.usatoday.com/story/news/nation/2023/10/10/hindu-temple-in-new-jersey-opening-worlds-largest/71124396007/>

<https://parkstone.international/2024/11/28/gotische-kunst-und-architektur-ein-spiritueller-erbe-in-stein-und-licht/>

<https://www.faz.net/aktuell/reise/koelner-dom-mehr-als-nur-ein-gotteshaus-15185169.html>

<https://www.milancathedraltickets.com/about-the-milan-cathedral/>

<https://www.thechesshotel.com/news/articles/this-winter-at-the-opera-garnier-51645>

<https://www.mpg.de/18438294/0317-kybe-naturnahe-fraktale->

<https://thereader.mitpress.mit.edu/rescuing-africas-overlooked-design-legacy/>

<https://images.app.goo.gl/Uh8cx3FPdViGcJDt6>

3.3 Sierpinski-Tetraeder

https://home.ph-freiburg.de/deisslerfr/science/pp_fraktale/sld019.htm