

Primknoten, was ist denn das?

1

An dieser Station beschäftigt ihr euch mit Primknoten.

Zu Beginn zwei Fragen. Macht euch kurz Gedanken dazu & tauscht euch aus:

- Was war nochmal eine Primzahl? Wie ist eine Primzahl definiert?
- Was ist eine Primfaktorzerlegung?

(Die Auflösung findet ihr auf der Rückseite)

13



Station: Primknoten

Station: Primknoten

Primzahl und Primknoten?

Hier nochmal die Definition einer Primzahl und einer Primfaktorzerlegung:



Definition: Eine Primzahl ist eine natürliche Zahl, die größer als 1 ist und sich nur durch 1 und durch sich selbst teilen lässt.

Definition: Eine Primfaktorzerlegung ist die Darstellung einer natürlichen Zahl als Produkt ausschließlich aus Primzahlen.

Was könnten nun also Primknoten sein?

Was könnte eine Primknotenzerlegung sein?

Habt ihr eine Vermutung? Tauscht euch kurz darüber aus!

(Auflösung: Karte 2)

Station: Primknoten

Primknoten und Primknotenzerlegung

2

Wie sich jede natürliche Zahl in Primfaktoren zerlegen lässt, so lässt sich **jeder Knoten in Primknoten zerlegen**. Wie jede Primzahl sich nicht weiter in (andere) Primzahlen zerlegen lässt, so lässt sich auch **ein Primknoten nicht weiter in (andere) Primknoten zerlegen**. Und wie die Primfaktorzerlegung einer natürlichen Zahl stets eindeutig ist, so sind auch **bei jedem Knoten die Primknoten, aus denen er zusammengesetzt ist, eindeutig bestimmt**. Dies hat der deutsche Mathematiker Horst Schubert (1919-2001) im Jahr 1949 bewiesen.



Man kann also jeden Knoten, der kein Primknoten ist, auf eindeutige Weise aus zwei oder mehr Primknoten zusammensetzen. Die Knoten, die keine Primknoten sind, nennt man daher »zusammengesetzt«. Die Zusammensetzung von Knoten bezeichnet man auch als »Knotensumme« oder »zusammengesetzte Summe«.

Station: Primknoten

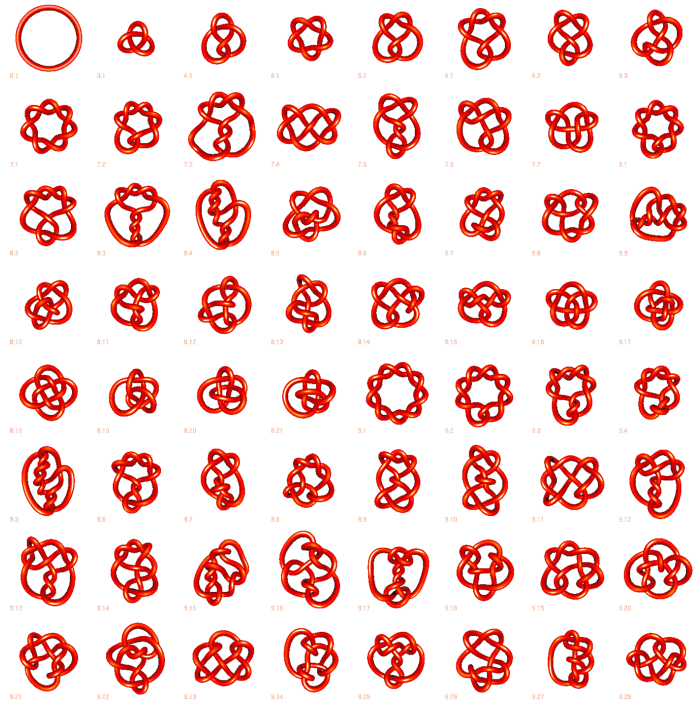
Primknoten

3

Primknoten können wir also nicht in zwei Knoten zerlegen, die beide verschieden vom Trivialen Knoten sind

Die Abbildung zeigt alle Primknoten mit bis zu 8 (und noch einige mit 9) Überkreuzungen:
Schaut euch die Abgebildeten Primknoten an.

Vielleicht fällt euch auf, dass Knoten mit genau einer oder zwei Überkreuzungen fehlen.
Warum ist das so? Überlegt gemeinsam.
(Auflösung s. Rückseite)



Station: Primknoten

Station: Primknoten

Primknoten mit einer oder zwei Überkreuzungen?

Es gibt einen einfachen Grund, warum es keine Primknoten mit einer oder zwei Überkreuzungen gibt:

Knoten mit nur einer oder zwei Überkreuzungen kann es nicht geben. So hat zum Beispiel der Knoten in Form einer 8 nicht etwa eine Überkreuzung, sondern überhaupt keine, denn man kann ihn »zu einer 0 aufbiegen«. Es handelt sich also einfach um den trivialen Knoten.



Station: Primknoten

Station: Primknoten

Primknoten

4

Jetzt wisst ihr, was ein Primknoten sind. Überlegt nun für die hier abgebildeten Knoten in welche der Primknoten von Seite 4 ihr sie zerlegen könnt:

(Hinweis: nutzt hierfür das große Blatt mit den Primknoten, da könnt ihr die "Namen"

(kleine Zahlen unter den Knoten) der Knoten besser erkennen & notiert eure Ergebnisse auf eurem Handout)



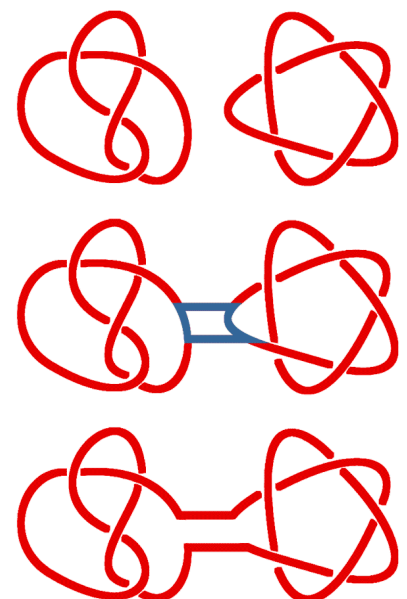
Station: Primknoten

Knotensummen

5

Dafür haben wir die Knotensumme zweier Knoten genommen:

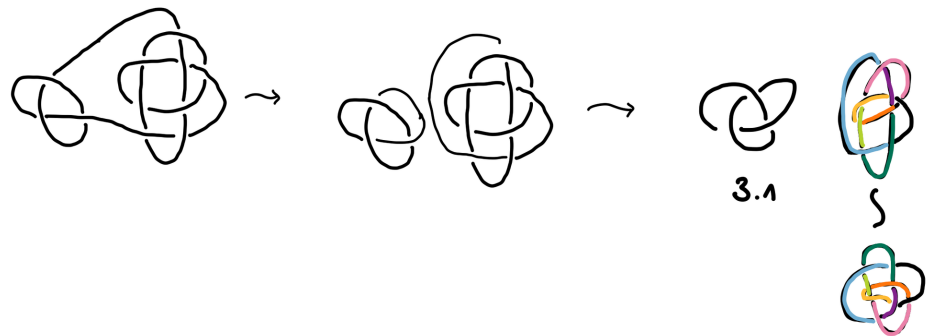
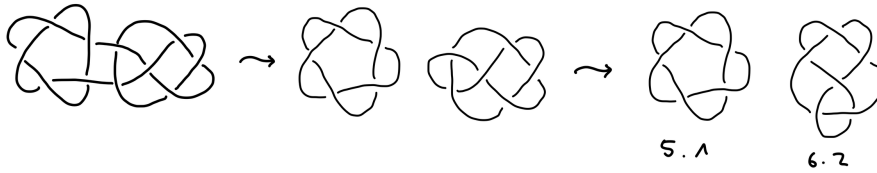
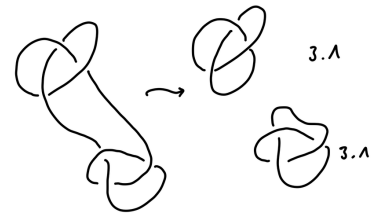
1. Man zeichnet die Knoten so in eine Ebene, dass sie einander nicht überkreuzen (oberes Bild).
2. Dann zeichnet man in der Ebene ein Bogenviereck (blau), von dem zwei gegenüberliegende Seiten auf den Linien je eines der Knoten liegen (mittleres Bild)
3. Schließlich löscht man diese beiden Seiten aus den Knoten und fügt dafür die beiden anderen Seiten des Vierecks hinzu, sodass ein durchgehender Knoten entsteht (unteres Bild).



Station: Primknoten

Primknoten

Hier kommt die Auflösung:



Aber wie haben wir die Knoten gebildet, die keine Primknoten sind? 8.17

Station: Primknoten

Station: Primknoten

Primknoten

6

Super, jetzt habt ihr schon viel über Primknoten gelernt.

Ihr könnt jetzt entweder

.... an dieser Station bleiben und selbst Knotensummen bilden

... oder zu einer anderen Station wechseln

Wenn du hier bleiben willst, nimm dir nochmal das Große Blatt mit den Primknoten. Suche dir nun zwei (oder mehr) Knoten heraus und bilde eine Knotensumme. Ihr könnt euch auch gegenseitig eure Knotensummen zeigen und rätzeln lassen um welche Primknoten es sich handelt.

Wen du magst, kannst auch probieren deine Knotensumme mit deinem Seil zu legen.